Korešpondenčný Matematický Seminár

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského

Slovenská komisia Matematickej olympiády

Jednota slovenských matematikov a fyzikov

Milí študenti, učitelia a ostatní matematickí nadšenci!

Dostávate do rúk úvodný leták letnej časti 30. ročníka Korešpondenčného Matematického Seminára (KMS). Táto súťaž organizovaná občianskym združením Trojsten na pôde Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave (FMFI UK) je pre stredoškolákov jedinečnou príležitosťou na zdokonalenie svojich matematických schopností a logického myslenia. Zručnosti a skúsenosti získané pri riešení tohto seminára, prípadne pri účasti na záverečnom sústredení, sú veľmi cennou devízou aj pri riešení Matematickej olympiády (MO). Mladším a začínajúcim študentom je určená kategória ALFA, pre starších a skúsenejších je kategória BETA a pre tých, čo majú vyššie ambície a chceli by uspieť na celoštátnom kole MO-A je určená kategória GAMA. Táto kategória má veľmi špecifický cieľ, ktorým je príprava študentov na CK MO-A a aj na Medzinárodnú matematickú olympiádu. Každý môže, samozrejme v rámci svojich možností, riešiť aj viac kategórií. Podrobnejšie informácie o jednotlivých kategóriách nájdete v pravidlách. Ak máte nejaké otázky alebo pripomienky, smelo nás kontaktujte e-mailom na adrese `kms@kms.sk`, prípadne ich pošlite písomne na adresu uvedenú pod zadaniami.

Veľa úspechov a radosti z riešenia vám želajú

vaši organizátori

Pravidlá KMS

Spoločné pre kategórie ALFA a BETA

Súťaž sa skladá z dvoch nezávislých častí – zimnej a letnej. Každá z nich prebieha v rámci školského polroka. Na konci každej časti budú najúspešnejší riešitelia pozvaní na záverečné sústredenie. Jedna časť pozostáva z troch sérií úloh. Zadania prvých dvoch sérií máte pred sebou a zadania tretej pošleme tým, ktorí nám pošlú prihlášku. Úlohy budú obodované počtom bodov od 0 po 9. Za každú sériu sa riešiteľovi do poradia započíta 5 úloh s najväčším bodovým ziskom.

Kategória ALFA

Kategóriu ALFA môžu riešiť len študenti stredných škôl, ktorí sa nezúčastnili celoštátneho kola matematickej olympiády a ktorých koeficient k_α je najviac 3.

Tento koeficient si môžeš vypočítať ako $k_\alpha = r+u+m$, kde číslo r je tvoj ročník a číslo u je počet tvojich úspešných semestrov (polrokov) pred začiatkom tohoto semestra. Semester považuj za úspešný, ak sa ti počas neho podarilo získať pozvánku na sústredenie KMS, alebo si sa ho zúčastnil ako náhradník. Nakoniec m je 1 v prípade, že si žiakom matematickej triedy a 0 v opačnom prípade.

Úlohu číslo 1 môžu súťažne riešiť len študenti s $k_\alpha \leq 1$ a úlohu číslo 2 len študenti s $k_\alpha \leq 2$. Ostatné úlohy $(3-7)$ môžu riešiť všetci riešitelia kategórie ALFA.

V tejto kategórii sa bude zostavovať päť regionálnych výsledkových listín a to pre regióny východné Slovensko, stredné Slovensko, západné Slovensko, Bratislava a zahraničie. Na záverečné sústredenie bude zvyčajne pozvaných 5 najúspešnejších riešiteľov z každého regiónu Slovenska, ďalších aspoň 5 s najlepším bodovým ziskom celkovo a najúspešnejší riešitelia Matematickej olympiády. Ďalší riešitelia v poradí budú na sústredenie pozvaní ako náhradníci. Víťazi Slovenských regiónov budú odmenení hodnotnými vecnými cenami. Žiaci základných škôl nebudú na sústredenie pozvaní.

Kategória BETA

Kategóriu BETA môžu riešiť všetci (aj zahraniční) študenti stredných škôl. Riešitelia ALFY sa vo výsledkovej listine BETY objavia až po sérii, v ktorej pošlú aspoň jednu z úloh 8, 9, 10 alebo 11.

Svoj koeficient k_β si vyrátaš nasledovne: $k_\beta = o + u_\beta$, kde číslo o je súčet počtu tvojich účastí na celoštátnom kole matematickej olympiády a počtu tvojich umiestnení medzi uspešnými riešiteľmi tohoto kola. Číslo u_β je počet tvojich úspešných semestrov (polrokov) v kategórii BETA, teda tých, za ktoré si bol pozvaný na sústredenie KMS kategórie BETA, alebo si sa ho zúčastnil ako náhradník.

Úlohu číslo 5 môžu súťažne riešiť len študenti s $k_\beta = 0$ a úlohu číslo 6 len študenti s $k_\beta \leq 2$. Ostatné úlohy $(7 - 11)$ môžu riešiť všetci riešitelia.

V tejto kategórii sa bude zostavovať jedna spoločná výsledková listina. Na záverečné sústredenie bude pozvaných aspoň 30 najúspešnejších riešiteľov, ďalší v poradí budú pozvaní ako náhradníci. Prví piati budú odmenení hodnotnými vecnými cenami.

Kategória GAMA

Súťaž prebieha celoročne a pozostáva zo šiestich sérií úloh. Zadania štvrtej a piatej série sú v tomto letáku, ďalšie pošleme tým, ktorí nám pošlú prihlášku. Úlohy 10 a 11 budú obodované počtom bodov od 0 po 9. Za správne riešenie ostatných úloh sa dá získať maximálne 7 bodov. Len v prípade, ak sa niekomu podarí dokázať všeobecnejšie tvrdenie ako v zadaní niektorej z týchto úloh, môže za danú úlohu dostať aj 8 alebo 9 bodov.

Do výsledkovej listiny sa počítajú všetky úlohy. Víťaz dostane hodnotnú vecnú cenu.

Spoločné pre všetky kategórie

- Príklady rieš samostatne. Riešenie každej úlohy riadne zdôvodni. V prípade, že v časti či celom riešení používaš odbornú literatúru, uveď jej názov, autora, vydavateľstvo, rok vydania a stranu. Samozrejme, aj v tomto prípade zašli kompletné riešenie. Za riešenie využívajúce výpočtovú techniku spravidla nedostaneš veľa bodov.
- Riešenia posielaj do termínu odoslania série. Ak posielaš riešenia z územia mimo Slovenskej Republiky, treba to stihnúť do uvedeného zahraničného termínu. Riešenia odoslané po termíne odoslania (rozhodujúca je pečiatka na obálke) spôsobujú značné organizačné problémy, vyhradzujeme si preto právo udeliť nula bodov za všetky riešenia odoslané po termíne.
- Riešenie každého príkladu píš na samostatný papier formátu A4. Ku každému príkladu uveď svoje meno, triedu, školu a adresu! Vítané sú aj riešenia v angličtine a češtine a riešenia písané v TEXu. Z organizačných dôvodov nebudú opravované riešenia písané v iných jazykoch!
- Nedodržanie týchto pravidiel bude viesť k postihu.
- Pokiaľ máš dojem, že tvoje riešenie bolo nesprávne obodované, pošli čo najskôr písomnú sťažnosť. Nezabudni k nej priložiť aj originál sporného riešenia.
- Ak ti nie je v zadaniach čokoľvek jasné, alebo máš akékoľvek pochybnosti, netreba sa báť spýtať sa nás. Ideálny spôsob je zaslanie e-mailu na `kms@kms.sk`, prípadne listu na známu adresu KMS, OATČ KAGDM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava.

Prednášky

Riešiteľom z okolia Žiliny odporúčame navštíviť Matematický klub (MaK), ktorý má každú poslednú sobotu v mesiaci stretnutie v budove A Žilinskej univerzity (ružová budova na Hurbanovej ulici oproti hlavnej pošte) v čase $9^{00} - 14^{00}$. Okrem dvoch zaujímavých prednášok si máte možnosť s kamarátmi aj zašportovať. Nezabudnite, najbližší MaK sa koná už 31. 1. tohto roku.

.... TU ODSTRIHNI !!! ....

Prihláška do letnej časti KMS 2008/2009 – **poslať spolu s 1. sériou!**

Meno a priezvisko: .... Dátum narodenia: ....
Škola: ....
Trieda .... so zameraním na matematiku: áno—nie
Počet účastí na celoštátnom kole MO: ...., z ktorých bolo .... úspešných.
Adresa domov: ....
Adresa pre poštu (domov – internát – škola): ....
Tel. domov: .... mobil (vlastný): .... e-mail: ....

Pozor! Podmienkou posielania korešpondencie domov je zaslanie 4 obálok A5 s adresami!

Tento projekt č. LPP-0161-07 je riešený s finančnou podporou Agentúry na podporu výskumu a vývoja

Zadania 1. série letnej časti KMS 2008/2009

Kategória ALFA

Úloha č. 1:
Lenka si vo svojom obľúbenom časopise všimla zaujímavú súťaž. Úlohou bolo uhádnuť päťpísmenové slovo. K dispozícii máme zoznam slov. Ku každému z týchto slov je priradené číslo. Toto číslo udáva počet pozícii, na ktorých sa hľadané slovo zhoduje so slovom v zozname. Napríklad, keby hľadané slovo bolo *KRAVA*, tak slovo *KARTA* má v zozname číslo 2. Zoznam pre hľadané slovo: *PASTA* - 2, *PANÁK* - 2, *PRSTY* - 1, *PLECE* - 1, *DVERE* - 2, *PADÁK* - 1.
Lenka úlohu správne vyriešila a našla všetky riešenia. Dokážete to aj vy? (Nezabudnite ukázať, že iné riešenia ako tie čo ste našli neexistujú.)

Úloha č. 2:
Štyri manželské páry sa rozhodli usporiadať tenisový turnaj v zmiešanej štvorhre (to znamená, že proti sebe hrajú dva zmiešané páry). Aby predišli hádkam, dohodli sa, že nikdy nebudú na ihrisku súčasne obaja manželia z toho istého páru, ani ako spoluhráči, ani ako súperi. Aby sa nikto veľmi neunavil, v jeden deň hral každý najviac jeden zápas. A aby to bolo úplne spravodlivé, zahrali každé dve dvojice, ktoré mohli hrať proti sebe, práve jeden zápas. Za koľko najmenej dní mohli odohrať takýto turnaj?

Úloha č. 3:
Dvaja hráči hrajú hru podobnú piškvorkám. Hrá sa na plániku 3×3, teda na veľkom štvorci rozdelenom na deväť malých. Hráči sa v ťahoch pravidelne striedajú. Ťah spočíva v tom, že hráč na hrací plán nakreslí krúžok, alebo krížik (v každom ťahu si môže vybrať ľubovoľný z nich). Vyhráva ten, po koho ťahu budú na plániku tri rovnaké symboly v jednom rade, stĺpci, alebo na uhlopriečke (ako v piškvorkách). Existuje postup, ktorý zaručí jednému z hráčov výhru?

Úloha č. 4:
Napíšme si čísla $1, 2, \dots, n$ v ľubovoľnom poradí, každé práve raz. Prvé z nich označme a_1, druhé a_2 a takto postupne až po posledné, ktoré označíme a_n. Dokážte, že ak n je nepárne, tak potom súčin $(a_1-1)(a_2-2)(a_3-3)\cdots(a_n-n)$ je párne číslo.

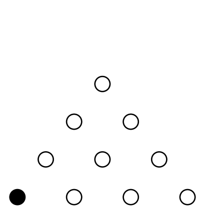
Úloha č. 5:
Kika má vrece plné čísel. Sú to čísla tvaru 3^k, kde k je nezáporné celé číslo (teda aj nula). Jej obľúbené čísla sú všetky čísla z vreca a ďalej tie, ktoré sú súčtom niekoľkých rôznych čísel z vreca. Okrem nich ešte číslo 35. Ktoré je Kikino
a) 26. najmenšie obľúbené číslo?
b) 2009. najmenšie obľúbené číslo?

Úloha č. 6:
Na večierku žiadny chlapec netancoval s každou dievčinou, ale každé dievča tancovalo aspoň s jedným chlapcom. Dokážte, že existujú také dva páry CD a $C'D'$, ktoré spolu tancovali, a pritom C netancoval s D' a C' netancoval s D. Vieme pritom, že na večierku sa zúčastnili aspoň dve dievčatá a aspoň dvaja chlapci.

Úloha č. 7:
Nájdite všetky prirodzené čísla, ktoré sú rovné tretine druhej mocniny súčtu svojich číslic.

Kategória BETA
Úlohy číslo **5, 6, 7** sú rovnaké ako v kategórii **ALFA**.

Úloha č. 8:
Katka minule počula o novej logickej úlohe a chce sa o ňu s ostatnými podeliť. Nech n je nejaké prirodzené číslo. V úlohe je $n(n+1)/2$ farebných krúžkov. Každý krúžok je z jednej strany biely a z druhej strany čierny. Krúžky sú na začiatku rozložené do trojuholníka tak ako na obrázku (prípad pre $n = 4$). Na začiatku je niektorý z krúžkov otočený čiernou stranou nahor, ostatné sú otočené bielou stranou nahor (na obrázku sme si zvolili ľubovoľný ako



Tento projekt č. LPP-0161-07 je riešený s finančnou podporou Agentúry na podporu výskumu a vývoja

čierny). V každom ťahu je možné si vybrať dva susedné krúžky a otočiť naopak všetky krúžky na priamke, ktorú tieto dva krúžky určujú (myslí sa priamka určená spojením stredov týchto krúžkov). Treba zistiť, pre ktoré n a pre ktorú začiatočnú polohu (polohu čierneho krúžka na začiatku) sa dajú všetky krúžky otočiť čiernou stranou nahor po konečnom počte ťahov.

Úloha č. 9:
Nech n je prirodzené číslo, ktoré je aspoň 3. Nech $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sú navzájom rôzne podmnožiny množiny $\{1, 2, \ldots, n\}$. Dokážte, že vždy existuje $x \in \{1, 2, \ldots, n\}$ také, že keď z každej množiny $A_1, A_2, \ldots, A_n$ odoberieme x, tak novovzniknuté množiny sú tiež navzájom rôzne. (Ak sa x v niektorej z množín nenachádza, tak táto množina ostane rovnaká.)

Úloha č. 10:
Bus má rád modré skrinky. V každej modrej skrinke sa nachádza niekoľko rôznych prirodzených čísel. Bus považuje modrú skrinku za *špeciálnu*, ak z nej vieme vybrať šesť prirodzených čísel, ktorých súčet je deliteľný šiestimi.
a) Nájdite modrú skrinku, takú že obsahuje desať čísel a nie je špeciálna.
b) Ukážte, že každá modrá skrinka s jedenástimi číslami je špeciálna.

Úloha č. 11:
Istá organizácia má n členov a $n + 1$ trojčlenných výborov ($n \geq 5$), z ktorých žiadne dva nemajú troch rovnakých členov. Dokážte, že vždy vieme nájsť dvojicu výborov, ktoré majú spoločného práve jedného člena.

Kategória GAMA
Úlohy číslo **10** a **11** sú rovnaké ako v kategórii **BETA** a platí pre ne termín odoslania kategórie **BETA**.

Úloha č. 12:
Do štvorčekov nekonečného štvorčekového papiera sú vpísané reálne čísla. Dané sú dve šablóny zložené z konečného počtu štvorčekov. Tieto šablóny môžeme posúvať pozdĺž čiar na štvorčekovom papieri, nemeníme však ich orientáciu. Vieme, že ak prvú šablónu priložíme na ľubovoľné miesto, súčet čísel na políčkach, ktoré zakrýva, bude kladný. Dokážte, že existuje také umiestnenie druhej šablóny, že súčet čísel na políčkach, ktoré zakrýva, je tiež kladný.

Úloha č. 13:
Do polynómu $x^{10} + a_9x^9 + a_8x^8 + \cdots + a_1x + 1$ dvaja hráči striedavo dopĺňajú reálne koeficienty. Ak nakoniec polynóm nemá žiadny reálny koreň, vyhráva prvý hráč. Inak vyhrá druhý hráč. Pre ktorého hráča existuje výherná stratégia? Popíšte ju. (Prvý hráč začína.)

Úloha č. 14:
Na zjazde matematikov sa stretlo $12k$ účastníkov a každý z nich sa pozdravil s práve $3k + 6$ inými matematikmi. Pre každú dvojicu zúčastnených je počet ľudí, ktorí pozdravili oboch, rovnaký. Koľko ľudí sa stretlo na zjazde? (Pozdravovanie je symetrické.) Pre tento počet popíšte prípad, kedy táto situácia nastáva.

Odporúčaná literatúra

Všetkým záujemcom o samostatné štúdium dávame do pozornosti archív KMS s adresou `www.kms.sk/archiv`. Môžete tam nájsť zadania aj vzorové riešenia úloh, ktoré sa doteraz v KMS vyskytli. Pri riešení týchto úloh a čítaní vzorových riešení sa isto naučíte a dozviete mnoho zaujímavého. Ďalšie zaujímavé stránky sú tiež:

`www.cut-the-knot.org`

`www.cbel.com/math_recreations`

Kategória **ALFA**, **BETA**: Termín odoslania riešení je **23. februára 2009** (pre zahraničie 20. februára 2009).

Kategória **GAMA**: Termín odoslania riešení je **26. februára 2009**.

Naša adresa: KMS, OATČ KAGDM, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava. `www.kms.sk`

Tento projekt č. LPP-0161-07 je riešený s finančnou podporou Agentúry na podporu výskumu a vývoja

Zadania 2. série letnej časti KMS 2008/2009

Kategória ALFA

Úloha č. 1:
Daná je kružnica k s priemerom AB. V rovine kružnice k leží bod C taký, že trojuholník ABC je ostrouhlý. Zostrojte kolmicu z bodu C na úsečku AB len pomocou ceruzky a pravítka. Pravítko nemá mierku a nedajú sa ním robiť kolmice, len rysovať rovné čiary. Nezabudnite dokázať, že skonštruovaná priamka je naozaj kolmica z C na AB.

Úloha č. 2:
Katka bude mať onedlho narodeniny a tak jej Ondrej kúpil darček. Z obchodu ho doniesol v škatuli tvaru kocky s hranou dĺžky 1 m. Netušil však, že doma má už len jediný kus baliaceho papiera obdĺžnikového tvaru s rozmermi $1,5$ m a 4 m. Ondrej chce rozstrihnúť tento kus baliaceho papiera na dva kusy tak, aby doň mohol darček zabaliť. Ako má papier rozstrihnúť?

Úloha č. 3:
Daný je obdĺžnik $ABCD$ s obsahom $1\,\text{cm}^2$. Na strane CD je zvolený bod E. Písmenami P, Q a R označíme body, ktoré sú po rade ťažiská trojuholníkov ABE, BCE a AED. Vypočítajte obsah trojuholníka PQR. Nezabudnite pritom zdôvodniť správnosť svojho výpočtu.

Úloha č. 4:
V trojuholníku XYZ platí $|\sphericalangle XYZ| = 45°$ a $|\sphericalangle YXZ| = 60°$. Vnútri neho sa nachádza bod P taký, že kružnica k so stredom v bode P pretína stranu XY v bodoch A a B, stranu YZ v bodoch C a D a stranu XZ v bodoch E a F. Navyše vieme, že úsečky AB, CD a EF majú rovnakú dĺžku. Aká je veľkosť uhla XPY ?

Úloha č. 5:
Dané sú kružnice k_1 a k_2, ktoré majú vonkajší dotyk v bode T. Bodom T prechádzajú dve priamky p a q tak, že sú sečnicami oboch kružníc. Označme A a B priesečníky priamky p s kružnicami k_1 a k_2 a C, D priesečníky priamky q s kružnicami k_1 a k_2, pričom body A, B, C, D sú rôzne od T. Dokážte, že úsečka AC je rovnobežná s úsečkou BD.

Úloha č. 6:
V zošite je nakreslená súradnicová sústava. V bode $[7, 11]$ stojí chrobák Ďuro a chce sa dostať domov do bodu $[-17, -3]$. Po papieri chodí rýchlosťou jeden dielik za sekundu, pričom nemusí chodiť len po vyznačenej štvorčekovej sieti. Napríklad z bodu $[3, 4]$ do bodu $[4, 5]$ vie preliezť najskôr za $\sqrt{2}$ sekúnd. Má to však jeden háčik, štvrtina papiera, kde je x-ová súradnica záporná a y-ová kladná je premočená. Ďuro sa po nej hýbe dvakrát pomalšie, teda rýchlosťou jeden dielik za dve sekundy. Po osiach x a y sa hýbe rýchlosťou jeden dielik za sekundu. Po akej ceste má Ďuro liezť, aby domov prišiel čo najskôr?

Úloha č. 7:
Dané sú tri rôzne body v rovine, ktoré neležia na priamke. Zostrojte štvoruholník, pre ktorý sú tieto body stredmi troch jeho rovnako dlhých strán.

Kategória BETA

Úlohy číslo **5, 6, 7** sú rovnaké ako v kategórii **ALFA**.

Úloha č. 8:
Drak má v jaskyni zaujímavú dvojicu trojuholníkov. Platí pre ne, že dve strany jedného trojuholníka sú rovnako dlhé ako niektoré dve strany druhého trojuholníka a že trojuholníky sú podobné (ale nie nutne zhodné). Drak hrdo vyslovil nasledujúce tvrdenie: *Keby som mal hocijakú dvojicu trojuholníkov s takýmito vlastnosťami, tak koeficient podobnosti týchto trojuholníkov by bolo číslo medzi* $(\sqrt{5}-1)/2$ *a* $(\sqrt{5}+1)/2$ *a nebolo by rovné týmto krajným hodnotám.* Dokážte, že drak má pravdu.

Úloha č. 9:
Uvažujme tetivový štvoruholník $ABCD$. Na jeho diagonále AC zvolíme bod E tak, že DE je kolmá na stranu AB, na diagonále BD zvolíme bod F tak, že AF je kolmá na CD. Dokážte, že EF je rovnobežná s BC.

Tento projekt č. LPP-0161-07 je riešený s finančnou podporou Agentúry na podporu výskumu a vývoja

Úloha č. 10:
Nech ABC je rovnoramenný pravouhlý trojuholník s pravým uhlom pri vrchole A. Body M a N sú nech sú vnútri úsečky BC také, že $|\sphericalangle MAN| = 45°$. Kružnica opísaná trojuholníku AMN pretína postupne AB a AC v bodoch P a Q. Dokážte, že $|BP| + |CQ| = |PQ|$.

Úloha č. 11:
Nech ABC je trojuholník a nech D je priesečník dotyčnice ku kružnici opísanej trojuholníku ABC v bode A a priamky BC. Nech E je priesečník kolmice na BC v bode B a osi strany BA. Nech F je priesečník kolmice na BC v bode C a osi strany CA. Dokážte, že body D, E a F ležia na jednej priamke.

Kategória GAMA
Úlohy číslo **10** a **11** sú rovnaké ako v kategórii **BETA** a platí pre ne termín odoslania kategórie **BETA**.

Úloha č. 12:
Definujme funkciu $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ pomocou nasledovnej rekurencie. Nech $f(1) = 1$ a $f(n + 1)$ je najväčšie také m, že existuje aritmetická postupnosť prirodzených čísel

$$a_1 < a_2 < \cdots < a_m = n$$

taká, že

$$f(a_1) = f(a_2) = \cdots = f(a_m).$$

Dokážte, že potom existujú prirodzené čísla a, b také, že platí $f(an + b) = n + 2$ pre každé prirodzené n.

Úloha č. 13:
$ABCD$ je konvexný štvoruholník. Body P, Q ležia postupne na úsečkách BC, DC tak, že $|\sphericalangle BAP| = |\sphericalangle DAQ|$. Dokážte, že trojuholníky ABP a ADQ majú rovnaký obsah práve vtedy, keď priamka prechádzajúca cez ich ortocentrá je kolmá na AC.

Úloha č. 14:
Šachová figúrka princ sa môže pohybovať vodorovne alebo zvislo, vždy práve o jedno políčko. Princom preskáčeme všetky políčka šachovnice 8×8 (na každé skočíme práve raz) a skončíme na políčku, z ktorého sme začínali. Môže sa stať, že počet horizontálnych a vertikálnych skokov bude rovnaký?

Odporúčaná literatúra

Všetkým záujemcom o samostatné štúdium dávame do pozornosti archív KMS s adresou `www.kms.sk/archiv`. Môžete tam nájsť zadania aj vzorové riešenia úloh, ktoré sa doteraz v KMS vyskytli. Pri riešení týchto úloh a čítaní vzorových riešení sa isto naučíte a dozviete mnoho zaujímavého. Ďalšie zaujímavé stránky sú tiež:

`www.cut-the-knot.org`

`www.cbel.com/math_recreations`

Kategória **ALFA**, **BETA**: Termín odoslania riešení je **6. apríla 2009** (pre zahraničie 3. apríla 2009).

Kategória **GAMA**: Termín odoslania riešení je **9. apríla 2009**.

Naša adresa: KMS, OATČ KAGDM, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava. `www.kms.sk`

Tento projekt č. LPP-0161-07 je riešený s finančnou podporou Agentúry na podporu výskumu a vývoja