Korešpondenčný matematický seminár

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského

Slovenská komisia Matematickej olympiády

Jednota slovenských matematikov a fyzikov

Milí študenti, učitelia a ostatní matematickí nadšenci!

Dostávate do rúk úvodný leták letnej časti 38. ročníka Korešpondenčného Matematického Seminára (KMS). Táto súťaž organizovaná občianskym združením Trojsten na pôde Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave (FMFI UK) je pre stredoškolákov jedinečnou príležitosťou na zdokonalenie svojich matematických schopností a logického myslenia. Zručnosti a skúsenosti získané pri riešení tohto seminára, prípadne pri účasti na záverečnom sústredení, sú veľmi cennou devízou aj pri riešení Matematickej olympiády (MO). Mladším a začínajúcim študentom je určená kategória ALFA, pre starších a skúsenejších je kategória BETA. Každý môže, samozrejme, v rámci svojich možností, riešiť obidve kategórie. Podrobnejšie informácie o jednotlivých kategóriách nájdete v pravidlách. Pre tých, ktorí majú vyššie ambície a chceli by uspieť na celoštátnom kole MO-A, je určený seminár *i*KS (Medzinárodný korešpondenčný seminár), ktorý organizujú vedúci KMS v spolupráci s českými kolegami z Matematického korespondenčního semináře. Tento seminár má veľmi špecifický cieľ, ktorým je príprava študentov na CK MO-A a aj na Medzinárodnú matematickú olympiádu. Ak máte akékoľvek otázky alebo pripomienky, smelo nás kontaktujte e-mailom na adrese `kms@kms.sk`, prípadne ich pošlite písomne na adresu uvedenú pod zadaniami.

Veľa úspechov a radosti z riešenia vám želajú

vaši organizátori

Pravidlá KMS

Pozor, toto leto nás čakajú dve sústredenia!

Všeobecné informácie o korešpondenčnom matematickom seminári

Súťaž sa skladá z dvoch nezávislých častí — zimnej a letnej. Každá z nich prebieha v rámci školského polroka. Na konci každej časti budú najúspešnejší riešitelia pozvaní na záverečné sústredenie. Každá časť pozostáva z troch sérií úloh. Zadania prvých dvoch sérií máš pred sebou a zadania tretej série pošleme tým, ktorí nám pošlú prihlášku. Úlohy budú obodované počtom bodov od 0 po 9. Body sa pritom udeľujú aj za čiastkové či neúplné riešenia. Za každú sériu sa riešiteľovi do poradia započíta 5 úloh s najväčším bodovým ziskom.

Kategórie ALFA a BETA

Na to, aby si vedel, ktoré príklady môžeš riešiť, potrebuješ poznať svoj koeficient κ. Tento koeficient si môžeš vypočítať ako $\kappa = r + \frac{2}{3}u + c$, pričom výsledok zaokrúhli nahor na celé číslo. Číslo r je tvoj ročník, číslo u je počet tvojich úspešných semestrov a číslo c je počet tvojich účastí na celoštátnom kole Matematickej olympiády. Semester považuj za úspešný, ak sa ti počas neho podarilo získať pozvánku na sústredenie KMS alebo si sa ho zúčastnil ako náhradník.

Kategóriu ALFA môžu riešiť len študenti stredných škôl, ktorí sa nezúčastnili celoštátneho kola matematickej olympiády a ktorých koeficient κ je najviac 3.

Kategóriu BETA môžu riešiť všetci (aj zahraniční) študenti stredných škôl. Riešitelia ALFY sa vo výsledkovej listine BETY objavia až po sérii, v ktorej pošlú aspoň jednu z úloh 8, 9 alebo 10.

Kategória ALFA

Pre riešiteľov kategórie ALFA sú určené príklady 1–7. Úlohu číslo 1 môžu súťažne riešiť len študenti s $\kappa \leq 1$ a úlohu číslo 2 len študenti s $\kappa \leq 2$. Ostatné úlohy (3–7) môžu riešiť všetci riešitelia kategórie ALFA.

Kategória BETA

Pre riešiteľov kategórie BETA sú určené príklady 4–10. Úlohu číslo 4 môžu súťažne riešiť len študenti s $\kappa \leq 4$ a úlohu číslo 5 len študenti s $\kappa \leq 7$. Ostatné úlohy (6–10) môžu riešiť všetci riešitelia kategórie BETA.

Pozývanie na sústredenia

Po každej časti, zimnej aj letnej, sa uskutočnia **dve** sústredenia pre najúspešnejších riešiteľov oboch kategórií ALFA a BETA. Na každé z nich bude pozvaných aspoň 30 najlepších riešiteľov príslušnej kategórie. Ostatní riešitelia môžu byť pozvaní ako náhradníci.

Žiaci základných škôl nebudú na sústredenie pozvaní. V špeciálnych prípadoch môže byť udelená výnimka.

Pokyny pre riešiteľov

- Príklady rieš samostatne. Riešenie každej úlohy riadne zdôvodni. V prípade, že v časti či celom riešení používaš odbornú literatúru, uveď jej názov, autora, vydavateľstvo, rok vydania a stranu, prípadne odkaz na internetovú stránku, ak si čerpal z internetu. Samozrejme, aj v tomto prípade zašli kompletné riešenie. Za riešenie využívajúce výpočtovú techniku spravidla nedostaneš veľa bodov.
- Riešenia posielaj do termínu odoslania série. Ak posielaš riešenia z územia mimo Slovenskej republiky, treba to stihnúť do uvedeného zahraničného termínu. Riešenia odoslané po termíne odoslania (rozhodujúca je pečiatka na obálke) spôsobujú značné organizačné problémy, vyhradzujeme si preto právo udeliť nula bodov za všetky riešenia odoslané po termíne.
- Za riešenie odoslané po termíne sa považuje aj akékoľvek riešenie odovzdané organizátorom osobne.
- Riešenie každého príkladu píš na samostatný papier formátu A4. Ku každému príkladu uveď svoje meno, triedu, školu a adresu! Vítané sú aj riešenia v angličtine a češtine a riešenia písané v TEXu. Z organizačných dôvodov nebudú opravované riešenia písané v iných jazykoch.
- Na našej stránke `www.kms.sk/template` si môžeš stiahnuť a vytlačiť predlohy pre riešenia.
- Riešenia píš čitateľne. Ak nebudeme schopní prečítať časť tvojho riešenia, vyhradzujeme si právo neudeliť ti za tú časť body. Môžeš zvážiť písanie riešenia na počítači.
- Opravené, obodované a okomentované riešenia spolu so vzorovými riešeniami a prípadnou ďalšou korešpondenciou ti môžu byť zasielané domov, na internát alebo na inú adresu (napr. do školy). Nezabudni však v návratke uviesť presnú adresu, kam chceš dostávať poštu.
- Nedodržanie týchto pravidiel bude viesť k postihu.
- Pokiaľ máš dojem, že tvoje riešenie bolo nesprávne obodované, pošli čo najskôr písomnú sťažnosť. Nezabudni k nej priložiť aj originál sporného riešenia. Ďalšou možnosťou je zaslanie e-mailu na adresu `kms@kms.sk` spolu s oskenovaným riešením v prílohe.
- Ak ti nie je v zadaniach čokoľvek jasné, alebo máš akékoľvek pochybnosti, netreba sa báť spýtať sa nás. Ideálny spôsob je zaslanie e-mailu na `kms@kms.sk`.

Elektronické posielanie riešení

Presný návod na ich odovzdávanie nájdeš po prihlásení na stránke `www.kms.sk/eriesenia`. Pre elektronické posielanie riešení platia nasledovné pravidlá:

- Termín na odovzdanie je vždy v deň termínu odoslania série o **24:00**. Po tomto čase už elektronické posielanie nie je možné. Tento jednotný termín sa týka aj zahraničných riešiteľov.
- Akceptované sú iba riešenia vo formáte pdf písané na počítači, prípadne naskenované. Pri ich tvorbe odporúčame použiť TEX, prípadne export do formátu pdf z iných aplikácií. Môžeš pritom využiť predlohy, ktoré nájdeš na našej stránke. Ak posielaš oskenované riešenie, daj si pozor, či nie je príliš tmavé a či je čitateľné.
- Nezabudni v hlavičke riešenia uviesť svoje meno, triedu, školu a adresu!
- Na stránke `www.kms.sk/eriesenia` je možné (po prihlásení) vyplniť **elektronickú prihlášku**. Nebudeš ju tak musieť zasielať písomne. Opravené príklady ti pošleme späť na uvedenú adresu klasickým spôsobom.

Letná škola matematiky

Nasledujúce leto pre teba pripravujeme historicky prvú Letnú školu matematiky. Uskutoční sa 31. júla až 4. augusta 2017 na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Čakajú ťa na nej zaujímavé prednášky z rôznych oblastí matematiky. Taktiež nebude chýbať aj zábavný program. Účasť je zdarma. Pre účastníkov bude možnosť ubytovať sa za výhodnú cenu. Bližšie informácie nájdete čoskoro na našej stránke `www.kms.sk`. Prihlasovanie začne koncom februára.

Matematický Náboj

Aj v tomto školskom roku sa môžeš tešiť na tradičnú medzinárodnú tímovú súťaž – Matematický Náboj, ktorý sa uskutoční v piatok 7. apríla 2017 v Bratislave, Košiciach a ďalších 10-tich mestách strednej Európy. V Bratislave máme posilnené kapacity, takže nebude problém prihlásiť aj viac tímov z jednej školy. Podrobnejšie informácie nájdeš na stránke `math.naboj.org` a budú tiež zaslané na tvoju školu.

Klub Trojstenu

Riešiteľom z celého Slovenska odporúčame navštíviť Klub Trojstenu, ktorý sa uskutoční v Bratislave 7. apríla 2017 večer po Matematickom Náboji (`math.naboj.org`). Čaká ťa na ňom séria zaujímavých prednášok z matematiky, fyziky a informatiky. Program pokračuje prespávaním v telocvični. Bližšie informácie nájdeš na internetovej stránke `klub.trojsten.sk`.

Nájdeš nás aj na facebooku

Pokiaľ používaš Facebook, dávame ti do pozornosti našu fanúšikovskú FB stránku s názvom KMS. Dozvieš sa tam všetky aktuálne informácie, nájdeš tam zaujímavosti, videá, fotky atď. Podeľ sa s nami o tvoje postrehy, prípadne navrhni ďalšie nápady prostredníctvom FB stránky. Neváhaj si nás pridať kliknutím na „Páči sa mi to“ priamo na `www.kms.sk/fb` a dozvieš sa o našich novinkách omnoho rýchlejšie!

Odporúčaná literatúra

Riešenie niektorých úloh môže byť pre teba náročné, zvlášť ak si sa s podobnými úlohami ešte nestretol. Preto ti odporúčame Zbierku KMS, v ktorej nájdeš užitočné metódy riešenia úloh. Taktiež obsahuje aj výber úloh z minulých ročníkov KMS, ktoré sú zoradené do tématických celkov. Zbierku KMS môžeš nájsť na stránke `www.kms.sk/zbierka`.

Ďalším spôsobom, ako sa môžeš zlepšiť, je prepočítavanie úloh so starších ročníkov. Všetky úlohy, ktoré sa v KMS vyskytli, spolu so vzorovými riešeniami môžeš nájsť v našom archíve na `www.kms.sk/archiv`. Pri riešení týchto príkladov a čítaní vzorových riešení sa isto získaš užitočné skúsenosti.

Množstvo ďalších úloh spolu s užitočnými textami, ktoré uspokoja aj náročnejších riešiteľov, môžeš nájsť v archíve českého Matematického korespondenčního semináře na adrese `http://mks.mff.cuni.cz/archive/archive.php`

Záujemcom o ďalšie štúdium odporúčame preštudovať si nasledujúce knihy o riešení matematických problémov:

Hecht, T. – Sklenáriková, Z.: Metódy riešenia matematických úloh

Larson, L. C.: Metódy riešenia matematických problémov. ALFA, Bratislava, 1990.

Zoznam ďalšej odporúčanej literatúry (aj pre pokročilých riešiteľov), či informácie o jej zapožičaní z našej knižnice nájdete na adrese `www.kms.sk/kniznica`.

.... TU ODSTRIHNI !!! ....

Prihláška do letnej časti KMS 2016/2017 – **poslať spolu s 1. sériou!**

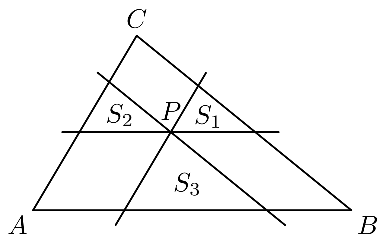
Meno a priezvisko: .... Dátum narodenia: ....
Škola: ....
Typ štúdia (4-ročné – 5-ročné – 8-ročné): .... Trieda: ....
Počet účastí na celoštátnom kole MO: ....
Adresa domov: ....
Adresa pre poštu (domov – internát – škola): ....
Tel. domov: .... mobil (vlastný): ....
e-mail: ....

Zadania 1. série letnej časti KMS 2016/2017

Kategória ALFA

Úloha č. 1: ($\kappa \leq 1$)
Ako každé Vianoce, aj tie minuloročné sa Kevin stratil v New Yorku. Bol tam úplne sám. Ostali mu len dve prirodzené čísla n, m. Dokážte, že ak je $2^n + 3^m$ deliteľné piatimi, tak je aj $2^m + 3^n$ deliteľné piatimi.

Úloha č. 2: ($\kappa \leq 2$)
V New Yorkskej letiskovej hale treba vymeniť dlaždice. Hala má tvar trojuholníka ABC a vnútri neho sa nachádza bod P. Bodom P sú vedené tri priamky rovnobežné so stranami trojuholníka, ktoré rozdeľujú podlahu haly na menšie časti (ako na obrázku). Robotníci už odmerali plochy troch menších trojuholníkov: $S_1 = 4\,\mathrm{cm}^2$, $S_2 = 9\,\mathrm{cm}^2$ a $S_3 = 16\,\mathrm{cm}^2$. Zistite, aký je obsah celej podlahy ABC, ktorú treba vydláždiť.



Úloha č. 3: ($\kappa \leq 3$)
Centrum New Yorku sa skladá z n severojužných a n západovýchodných ciest, ktoré tvoria štvorčekovú sieť $(n-1) \times (n-1)$ štvorcových blokov. V každej z n^2 križovatiek sa nachádza autobusová zastávka. Po uliciach premávajú autobusové linky so zastávkami vo všetkých križovatkách. Trasa každej linky obsahuje najviac jednu zákrutu a je obojsmerná. Koľko najmenej liniek je potrebných na to, aby sa dalo medzi ľubovoľnými dvomi zastávkami cestovať na najviac jeden prestup? Výsledok určte v závislosti od celého čísla $n \geq 2$. Nezabudnite zdôvodniť, prečo menej liniek nestačí.

Úloha č. 4: ($\kappa \leq 4$)
Newyorkskí stredoškoláci trávia svoj voľný čas streetballom. Nemajú tam totiž KMS. Najlepšie sa hrá takej partii, ktorá sa vie rovnomerne rozdeliť.
Nájdite všetky šestice po sebe idúcich prirodzených čísel, ktoré je možné rozdeliť do dvoch skupín (nie nutne rovnako veľkých) s rovnakým súčinom.

Úloha č. 5: ($\kappa \leq 7$)
Okraj podstavca Sochy slobody má tvar kružnice k. Na nej sú umiestnené v dvoch rôznych bodoch A, B reflektory, ktoré ju osvetľujú. Robotníci majú na obvod podstavca umiestniť ešte tretí reflektor, ale nevedia sa dohodnúť kam. Pre dané body A, B na kružnici k nájdite bod C ležiaci na kružnici k tak, aby

a) obsah trojuholníka ABC bol čo najväčší,
b) obvod trojuholníka ABC bol čo najväčší.

Úloha č. 6:
New Yorčania volia, ktoré prirodzené číslo sa stane ich starostom. Čísla však nemajú svojich voliteľov, ale deliteľov. Nech d_1, d_2, …, d_k spĺňajúce $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_k = N$ sú všetky kladné delitele prirodzeného čísla $N \geq 2$. Prirodzené číslo N postúpi do druhého kola volieb práve vtedy, keď pre neho platí

$$(d_1, d_2) + (d_2, d_3) + \cdots + (d_{k-1}, d_k) = N - 2.$$

Nájdite všetky prirodzené čísla N, ktoré postúpia do druhého kola volieb. Nezabudnite zdôvodniť, že ste naozaj našli všetky čísla.
Poznámka. (a, b) označuje najväčšieho spoločného deliteľa čísel a, b.

Úloha č. 7:
Označme I stred kružnice vpísanej trojuholníku ABC a X, Y, Z postupne jej body dotyku so stranami BC, CA, AB. Priamky BI a CI pretínajú priamku YZ v bodoch P a Q. Dokážte, že ak bod X leží na osi úsečky PQ, tak potom je trojuholník ABC rovnoramenný.

Kategória BETA
Úlohy číslo **4, 5, 6, 7** sú rovnaké ako v kategórii **ALFA**.

Úloha č. 8:
V New Yorku majú n žltých taxíkov. Kvôli lepšiemu prehľadu ich majú očíslované kladnými reálnymi číslami $a_1, a_2, \ldots, a_n$ so súčtom s. Dokážte, že

$$\frac{a_1}{s-a_1} + \frac{a_2}{s-a_2} \cdots + \frac{a_n}{s-a_n} \geq \frac{n}{n-1}.$$

Úloha č. 9:
V New Yorku sú obľúbené štvorčekové siete. Preto aj kvetinový záhon v Central Parku má tvar štvorčekovej siete $m \times n$ políčok. V každom políčku rastie jeden typ kvetiny – nezáporné celé číslo. Takýto záhon sa nazýva *záhradou*, ak sú splnené nasledujúce dve podmienky:

- Rozdiel čísel na dvoch políčkach, ktoré susedia stranou, je 0 alebo 1.
- Ak je číslo v nejakom políčku menšie alebo rovné ako číslo na všetkých políčkach susediacich stranou, tak je rovné 0.

V závislosti od kladných celých čísel m a n určte, koľkými spôsobmi môžu byť v záhone vysadené kvety, aby tvoril záhradu.

Úloha č. 10:
Mr. Miro (čítaj majro) uviazol v zápche. Aby si spríjemnil čakanie, zamyslel sa nad nasledujúcou geometrickou úlohou.
V trojuholníku ABC ($|AC| > |AB|$) sa vpísaná kružnica so stredom v bode I dotýka strany BC v bode D. Nech M je stred strany BC. Dokážte, že kolmice z bodov M, D postupne na priamky AI, MI a výška trojuholníka ABC na stranu BC sa pretínajú v jednom bode.

Návody a videonávody k úlohám

Po termíne série zverejňujeme na našej stránke `www.kms.sk` medzi novinkami návody k úlohám. Pomôžu vám doriešiť úlohy, s ktorými ste si nevedeli rady. Taktiež vám môžu pomôcť videonávody, ktoré nájdete na našom YouTube kanáli `www.youtube.com/user/KorMatSem`.

Odporúčaná literatúra

Nielen začínajúcim riešiteľom odporúčame Zbierku KMS, v ktorej nájdete užitočné metódy riešenia úloh a taktiež aj výber úloh z minulých ročníkov KMS. Môžete ju nájsť na stránke `kms.sk/zbierka`.
Všetky úlohy, ktoré sa v KMS vyskytli, spolu so vzorovými riešeniami môžete nájsť v našom archíve na `www.kms.sk/archiv`. Pri riešení týchto príkladov a čítaní vzorových riešení isto získate užitočné skúsenosti.
Množstvo ďalších úloh spolu s užitočnými textami, ktoré uspokoja aj náročnejších riešiteľov, môžete nájsť v archíve českého Matematického korespondenčního semináře na adrese `http://mks.mff.cuni.cz/archive/archive.php`

Partneri

Termín odoslania riešení: **27. február 2017** (pre zahraničie 24. február 2017)
Naša adresa: KMS, OATČ KAGDM, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava. `www.kms.sk`

Zadania 2. série letnej časti KMS 2016/2017

Kategória ALFA

Úloha č. 1: ($\kappa \leq 1$)
Alžbetka si doniesla na ihrisko kriedy. Bielou kriedou si nakreslila na ihrisko n bodov. Potom niektoré dvojice bodov spojila bielou čiarou tak, aby sa čiary nepretínali inde, ako v nakreslených n bodoch. Nakoniec zobrala tri farebné kriedy a rozhodla sa, že každý z n bodov, čo nakreslila na začiatku, vyfarbí jednou farbou. Vyfarbuje ich však tak, aby každé dva body, ktoré sú spojené čiarou, mali rôznu farbu. Avšak za žiadnu cenu sa Alžbetke nepodarilo takto zafarbiť všetky body. Nájdite najmenšie kladné celé číslo n, pre ktoré sa to mohlo Alžbetke stať. Ako napríklad mohli vyzerať body a čiary, ktoré na začiatku nakreslila? Prečo sa jej to nemohlo stať pre menšie n?

Úloha č. 2: ($\kappa \leq 2$)
Adam, Braňo a Cyril hrajú futbal. Avšak v trojici sa hrá zle, ak každý chce byť brankárom. Preto si chlapci vymysleli nasledovný systém: Dvaja hráči hrajú proti sebe, útočia na jednu bránku, kde chytá tretí hráč. Kto strelí gól, vymení sa s terajším brankárom. Keď ich to prestalo baviť, uvedomili si, že Adam odkopal (nebol v bráne) 12 minizápasov, Braňo odkopal 21 minizápasov a Cyril odchytal v bráne 8 minizápasov. Je možné zistiť len z týchto čísel, kto strelil šiesty gól?

Úloha č. 3: ($\kappa \leq 3$)
Marek sa nerád hrá futbal, tak sa zabával redukovaním čísel. Prirodzené číslo vieme *zredukovať*, ak ho môžeme bezo zvyšku predeliť jeho poslednou cifrou. Nájdite všetky čísla, ktoré vieme zredukovať na číslo 1. Nezabudnite zdôvodniť, že ste naozaj našli všetky čísla. (Môžeme použiť redukciu aj viackrát.)

Úloha č. 4: ($\kappa \leq 4$)
Kristínka si od svojej mladšej sestry Alžbetky požičala kriedy troch farieb. Po hodine vytrvalého kreslenia nimi zafarbila[1] celý betónový štvorec so stranou dĺžky 1 m. Dokážte, že v zafarbenom štvorci existuje dvojica bodov P, Q rovnakej farby, ktorých vzdialenosť je väčšia ako $1,00778$ m.

Úloha č. 5: ($\kappa \leq 7$)
Ivetka si zabudla formičky do piesku, tak jej neostalo nič iné, ako sa hrať s logaritmami.[2] Dokážte, že pre všetky trojice reálnych čísel a, b, c väčších ako 1 platí:

$$\log_a(bc) + \log_b(ca) + \log_c(ab) \geq 4(\log_{ab} c + \log_{bc} a + \log_{ca} b).$$

Úloha č. 6:
Malý Janko sa vozí na kolotoči, ktorý má n sedadiel usporiadaných do kruhu. Vozí sa n jázd. Po každej jazde (okrem poslednej) si presadne v smere hodinových ručičiek o najviac $n-1$ miest. Nájdite všetky kladné celé čísla n, pre ktoré je možné, aby Janko v každej jazde sedel na inom mieste, pričom po každej jazde si presadne o iný počet miest. Nezabudnite zdôvodniť, prečo to pre ostatné n nie je možné.

Úloha č. 7:
Na ihrisku sú vysadené stromy. Nie sú vysadené len tak hocijako, ale totálne symetricky. Konečná množina M bodov v rovine sa nazýva *totálne symetrická*, ak obsahuje aspoň 3 body a pre každú dvojicu bodov A, B množiny M je množina M osovo symetrická vzhľadom na os úsečky AB. Dokážte, že ak má totálne symetrická množina n bodov, tak jej body tvoria vrcholy pravidelného n-uholníka.

Kategória BETA

Úlohy číslo **4, 5, 6, 7** sú rovnaké ako v kategórii **ALFA**.

Úloha č. 8:
Príjemný kľud na ihrisku sa pominul, keď prišla celá škôlka reálnych čísel $a_1, a_2, \dots, a_n$. Aby toho nebolo málo, prišla aj ďalšia škôlka reálnych čísel $b_1, b_2, \dots, b_n$ spĺňajúcich $1 \geq b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n \geq 0$. Dokážte, že existuje kladné celé číslo $k \leq n$, pre ktoré platí

$$|a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n| \leq |a_1 + a_2 + \dots + a_k|.$$

[1] Teda každý bod štvorca (vrátane vnútorných) je zafarbený práve jednou z troch farieb.
[2] $\log_x y$ je také reálne číslo z, pre ktoré platí $x^z = y$. Viac o logaritme ako aj jeho základné vlastnosti sa môžete dozvedieť napríklad tu `https://sk.wikipedia.org/wiki/Logaritmus`.

Úloha č. 9:
Terezka, Kristínkina staršia sestra, si tiež zobrala kriedy. Keďže je však staršia, namiesto nezmyselných čarbaníc si nakreslila trojuholník ABC. Vpísala do neho kružnicu, ktorá sa dotýkala strán BC, AC, AB postupne v bodoch D, E, F. Označila K, L, N, M postupne stredy úsečiek FB, BD, CD, EC. Nakoniec priesečník priamok KL a MN pomenovala P. Dokážte, že $|BP| = |CP|$.

Úloha č. 10:
Maťko sa hrá na schovávačku s monickými polynómami. Skúste si to aj vy! Nájdite všetky monické polynómy[3] P s celočíselnými koeficientami a nasledujúcou vlastnosťou: Existuje prirodzené číslo N také, že $2(P(p)!) + 1$ je deliteľné p pre každé prvočíslo $p > N$.

Návody a videonávody k úlohám

Po termíne série zverejňujeme na našej stránke `www.kms.sk` medzi novinkami návody k úlohám. Pomôžu vám doriešiť úlohy, s ktorými ste si nevedeli rady. Taktiež vám môžu pomôcť videonávody, ktoré nájdete na našom YouTube kanáli `www.youtube.com/user/KorMatSem`.

Odporúčaná literatúra

Nielen začínajúcim riešiteľom odporúčame Zbierku KMS, v ktorej nájdete užitočné metódy riešenia úloh a taktiež aj výber úloh z minulých ročníkov KMS. Môžete ju nájsť na stránke `www.kms.sk/zbierka`.
Všetky úlohy, ktoré sa v KMS vyskytli, spolu so vzorovými riešeniami môžete nájsť v našom archíve na `www.kms.sk/archiv`. Pri riešení týchto príkladov a čítaní vzorových riešení isto získate užitočné skúsenosti.
Množstvo ďalších úloh spolu s užitočnými textami, ktoré uspokoja aj náročnejších riešiteľov, môžete nájsť v archíve českého Matematického korespondenčního semináře na adrese `http://mks.mff.cuni.cz/archive/archive.php` `www.kms.sk/kniznica`.

Partneri

Termín odoslania riešení: **20. marec 2017** (pre zahraničie 17. marec 2017)
Naša adresa: KMS, OATČ KAGDM, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava. `www.kms.sk`

[3] Monický polynóm je polynóm s vedúcim koeficientom 1, teda v tvare $x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$.