Návody k 3. sérii zimnej časti KMS 2016/2017

Úloha č. 1:
Ofarbite si tabuľku šachovnicovo. Všimnite si, že súčet čísel na tmavých políčkach je rovnaký ako súčet čísel na svetlých políčkach.

Úloha č. 2:
Dve dotyčnice z jedného bodu ku kružnici sú rovnako dlhé. Skúste si vyjadriť vzdialenosť od vrcholu k bodu dotyku vpísanej kružnice, len pomocou dĺžok strán.

Úloha č. 3:
Pri sústavách rovníc sa oplatí jednotlivé rovnice sčítavať, odčítavať, alebo násobiť navzájom. K výsledku sa dá dopracovať viacerými spôsobmi, ale jeden z jednoduchších je z rovníc si postupne vyjadriť a, b, c a vynásobiť spolu všetky tri rovnice.
Keď upravíte rovnicu na tvar $(\dots)(\dots) = 0$, tak rozoberte, kedy bude ktorá zátvorka nulová.

Úloha č. 4:
Ak je n nepárne, vyhrá Gertrúda, inak vyhrá Pekelník. Pokúste sa využiť symetriu.

Úloha č. 5:
Pozrite sa na štvoruholníky $AKND$ a $LBCM$. Nevyzerajú podobne?

Úloha č. 6:
Využite zvyšky po delení štyrmi. Vydeľte obidve strany rovnice štyrmi, pokým sa to bude dať.

Úloha č. 7:
Nájsť $2n-1$ obdĺžnikov viete, však? Nájdite k nim podobdĺžnik 2×2, ktorý vyhovuje.

Úloha č. 8:
Ak označíme M stred úsečky CO a N priesečník úsečiek CB a DE, tak stačí dokázať, že MN je stredná priečka trojuholníka OBC. Na to ukážte a využite, že body M, N, E, C ležia na kružnici.

Úloha č. 9:
Nájdite vhodný invariant.

Úloha č. 10:
Nájdite iné vyjadrenie a_n, z ktorého bude vidno, že a_n je celé číslo. Vhodným vyjadrením je vzťah

$$a_n = 2ca_{n-1} - a_{n-2} \qquad \text{pre } n \geq 3.$$