Návody k 2. sérii zimnej časti KMS 2016/2017

Úloha č. 1:
Využite, že $99\dots9 = 100\dots0 - 1$.

Úloha č. 2:
Každá stena každej malej kocky má rovnakú pravdepodobnosť na to, aby bola dole, keď hodíme náhodnou kockou. Koľko je dokopy všetkých stien? Koľko z nich je zelených? Koľko stien má takú vlastnosť, že zvyšné steny z danej kocky sú nezafarbené?

Úloha č. 3:
Dá sa to viacerými spôsobmi, my si naznačíme jeden. Dokážte, že body H a K sú symetrické okolo stredu štovrca. V oboch trojuholníkoch vám dajú dve výšky potrebnú informáciu o ortocentre.

Úloha č. 4:
Všetky informácie sa dajú preniesť viacerými spôsobmi na $2n-2$ SMS-iek. Na zdôvodnenie, že menej SMS-iek nestačí, si uvedomte, že po odoslaní $n-2$ SMS-iek nemá nikto všetky informácie.

Úloha č. 5:
Presuňte q^2 na druhú stranu a rozložte na súčin. Odvoďte z toho, že $r-q=2$.

Úloha č. 6:
Pozrite sa na zvyšky čísel množiny X po delení takými číslami, ktoré môžu vyjadrovať počet prvkov nejakej podmnožiny Y množiny X.

Úloha č. 7:
Označte si veľkosti strán podľa ich veľkoti a využite, že uhly oproti nim sú rovnako usporiadané. Pri dokazovaní nerovností si vyjadrite $60°$, resp. $90°$ pomocou $\alpha+\beta+\gamma$. Pri upravovaní môže prísť vhod trojuhlníková nerovnosť a permutačná nerovnosť[1].

Úloha č. 8:
Zapíšte si algebrovské čísla do tabuľky a pozrite sa, ako sa mení súčet čísel na uhlopriečkach (t. j. na tých políčkach, kde je súčet $i+j$ rovnaký) .

Úloha č. 9:
Skúste si vyrobiť pekný menovateľ, napríklad dostať v ňom n^n.

Úloha č. 10:
Nech P, Q sú postupne stredy vpísaných kružníc do trojuholníkov ABD, ABC. Potom použite Desargueovu vetu (`https://en.wikipedia.org/wiki/Desargues%27s_theorem`) pre trojuholníky M_4PI_4 a M_2QI_2.

[1] Môžete si o nej prečítať napr. v nasledovnej práci na str. 50 `http://kdm.karlin.mff.cuni.cz/diplomky/pavel_salom/SALOM_DP.pdf`.